

减振与降噪

有阻尼柴油机轴系扭转自由振动计算方法研究

姜小荧, 周文建, 陈 鹏, 周 炎

(七一一研究所, 上海 200090)

摘 要: 为使轴系自由振动计算得到的固有频率更加接近实际情况, 提出了一种有阻尼柴油机轴系扭转自由振动计算方法, 将柴油机轴系中大阻尼部件的阻尼参数纳入到轴系扭转振动自由振动计算的考量范围。将该方法应用到某 PC2-6 柴油机试验台架扭振计算, 计算结果与实测结果吻合较好, 验证了该方法的可靠性和实用价值。

关键词: 柴油机; 轴系; 扭转振动; 阻尼

中图分类号: TK427⁺. 127; U664. 21 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4357(2015)01-0038-04

Research on the Calculation Method of Free Torsional Vibration of Damped Diesel Engine Shafting

Jiang Xiaoying, Zhou Wenjian, Chen Peng, Zhou Yan

(Shanghai Marine Diesel Engine Research Institute, Shanghai 200090)

Abstract: To make the shafting natural frequencies calculated with damping coefficient closer to the actual shafting resonance frequencies, a calculation method of free torsional vibration of damped diesel engine shafting was put forward, which brought damping factors of big damping parts from diesel engine shafting into consideration. This method was applied to a PC2-6 diesel engine test bench torsional calculation, and the results coincided well with the test results, which verified the reliability and feasibility of this method.

Keywords: diesel engine; shafting; torsional vibration; damping

0 引 言

柴油机轴系扭转振动测量常用的方法是测量柴油机自由端或飞轮端角位移, 找出共振频率。当轴系实测共振频率与理论计算固有频率值相对误差在 $\pm 5\%$ 范围内时, 可以用测量点的实测振幅按自由振动计算得到的振型来推算轴系各处的扭振应力及扭矩, 作为轴系扭转振动的评定参数, 见式(1)~(2); 如果实测共振频率值与理论计算值之间误差大于 $\pm 5\%$, 则应对理论计算做修正后再进行推算^[3]。因此柴油机轴系扭振计算的准确性是保证扭振测量分析正确的重要环节。

$$M_{i,i+1} = A_1 (a_i - a_{i+1}) k_{i,i+1} \quad (1)$$

式中: $M_{i,i+1}$ 为第 $i, i+1$ 质量点间轴段振动扭矩,

($\text{N} \cdot \text{m}$); A_1 为测量点(一般为柴油机自由端或飞轮端)最大分谐波振幅, rad ; a_i 为相应固有振型第 i 质量点相对振幅; a_{i+1} 为相应固有振型第 $i+1$ 质量点相对振幅; $k_{i,i+1}$ 为第 $i, i+1$ 质量点间轴段扭转刚度, ($\text{N} \cdot \text{m}) \cdot \text{rad}^{-1}$)。

$$\tau_{i,i+1} = \frac{M_{i,i+1}}{W_{i,i+1}} \quad (2)$$

式中: $\tau_{i,i+1}$ 为第 $i, i+1$ 质量点间轴段扭振应力, Pa ; $W_{i,i+1}$ 为第 $i, i+1$ 质量点间轴段抗扭截面模量, mm^3 。

通常柴油机轴系扭转振动自由振动计算采用无阻尼计算模型^[4], 即计算仅考虑轴系的转动惯量和扭转刚度, 计算得到的轴系固有频率为无阻尼固有频率。当系统阻尼不大时, 该频率与有阻尼固有频率相接近, 可以代替轴系实际扭转振动固有频

收稿日期: 2014-08-21

作者简介: 姜小荧(1980-), 女, 高级工程师, 主要研究方向为: 柴油机振动噪声控制, E-mail: xjiang31@sina.com。

率。而当系统阻尼系数较大时, 两者之间的偏差将加大, 此时轴系无阻尼固有频率与测试频率之间误差会大于 $\pm 5\%$, 导致无法满足推算轴系扭转振动应力/扭矩的要求。而实际的柴油机轴系都是有阻尼系统, 所以采用有阻尼自由振动计算将得到更加符合实际情况的计算结果。

1 有阻尼自由振动计算方法

有阻尼柴油机扭转自由振动方程的矩阵表达式见式(3):

$$J \ddot{\varphi} + C \dot{\varphi} + K \varphi = 0 \quad (3)$$

式中: φ 为轴系各质量点扭振转角; J 为惯量矩阵, 为 n 阶对角阵, 即

$$C = \begin{bmatrix} c_1+c_{1,2} & -c_{1,2} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -c_{1,2} & c_2+c_{1,2}+c_{2,3} & -c_{2,3} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_{2,3} & c_3+c_{2,3}+c_{3,4} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & c_{n-2}+c_{n-3,n-2}+c_{n-2,n-1} & -c_{n-2,n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -c_{n-2,n-1} & c_{n-1}+c_{n-2,n-1}+c_{n-1,n} & -c_{n-1,n} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -c_{n-1,n} & c_n+c_{n-1,n} \end{bmatrix}_{n \times n}$$

设式(3)的解为:

$$\varphi = A e^{\lambda t} \quad (4)$$

式(4)代入方程(3)得:

$$(\lambda^2 J + \lambda C + K) A = 0 \quad (5)$$

求解上式的特征值和特征向量即可得到有阻尼扭振系统的固有频率和振型。

通常情况下, 柴油机轴系为欠阻尼系统, 其特征值为 $2n$ 个共轭成对复数。如果把这些特征值按照其虚部从小到大顺序排列, 则有:

$$\lambda_{n+1-r,r+n} = \alpha_r \pm j\beta_r \quad (r=1, 2, \cdots, n) \quad (6)$$

α_r 表示系统受阻尼影响的振动衰减率; β_r 表示系统振动频率, 即为有阻尼固有频率。当 $\alpha_r = 0$ 时, 系统作无阻尼振动; 当 $\beta_r = 0$ 时, 系统不振动; 当 α_r 和 β_r 均不为零时, 一般情况下 $\alpha_r < 0$, 表示系统按照一定频率做随时间衰减的振动。

系统有阻尼自由振动频率随着阻尼的增大而减小, 且系统有阻尼自由振动频率总是小于无阻尼自由振动的固有频率^[2]。

系统的特征向量也为复数形式, 与特征值相对应有 $2n$ 组, 如式(7)、(8)所示:

$$A = [a_1 \ a_2 \ \cdots \ a_{2n}]_{n \times 2n} \quad (7)$$

$$a_r = [a_{1,r} \ a_{2,r} \ \cdots \ a_{n,r}]_{n \times 1}^T \quad (8)$$

这里 $a_{i,r}$ 为复数, i 表示轴系中集中质量点的序号, r 表示固有振动阶次的序号。 $a_{i,r}$ 亦可以表示成幅值

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & & & \\ & J_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & J_n \end{bmatrix}_{n \times n}$$

K 为刚度矩阵, 即

$$K =$$

$$\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1+k_2 & -k_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -k_{n-2} & k_{n-2}+k_{n-1} & -k_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -k_{n-1} & k_{n-1} \end{bmatrix}_{n \times n}$$

C 为阻尼矩阵, 即

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & c_{n-2}+c_{n-3,n-2}+c_{n-2,n-1} & -c_{n-2,n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -c_{n-2,n-1} & c_{n-1}+c_{n-2,n-1}+c_{n-1,n} & -c_{n-1,n} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -c_{n-1,n} & c_n+c_{n-1,n} \end{bmatrix}_{n \times n}$$

和相角的形式:

$$a_{i,r} = |a_{i,r}| e^{j\gamma_{i,r}} \quad (9)$$

并且, 与系统特征值成对出现相对应, 特征向量也共轭成对, 即;

$$|a_{i,n-1+r}| = |a_{i,r+n}| \quad (10)$$

$$\gamma_{i,n-1+r} = -\gamma_{i,r+n} \quad (11)$$

因此, 可以将特征值和特征向量表示成如下形式:

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix}_{2n \times 1} \quad (12)$$

$$A = [A_1 \ A_2]_{n \times 2n} \quad (13)$$

式中: λ_1, λ_2 分别为按实部大小顺序排列的前 n 个和后 n 个特征值, 其结构为 $n \times 1$; A_1, A_2 分别为 λ_1 和 λ_2 对应的特征向量, 其结构为 $n \times n$ 。

将式(12)、(13)代入式(4), 则有:

$$\varphi = A e^{\lambda t} = [A_1 \ A_2] \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} \\ e^{\lambda_2 t} \end{bmatrix} = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} \quad (14)$$

将式(6)~(11)代入式(14), 得到系统第 i 质量点第 r 阶振动为:

$$\varphi_{i,r} = |a_{i,r}| e^{j\gamma_{i,r}} e^{(\alpha_r + j\beta_r)t} + |a_{i,r}| e^{-j\gamma_{i,r}} e^{(\alpha_r - j\beta_r)t} = |a_{i,r}| e^{\alpha_r t} [e^{j(\gamma_{i,r} + \beta_r t)} + e^{-j(\gamma_{i,r} + \beta_r t)}] = 2|a_{i,r}| e^{\alpha_r t} \cos(\gamma_{i,r} + \beta_r t) \quad (15)$$

由式(15)可以看出, 柴油机轴系做有阻尼自由振动时, 系统第 i 点的响应不仅具有幅值, 而且有相位, 而且系统各点的相位并不相同, 任意点的有阻尼自由振动如图 1 所示。

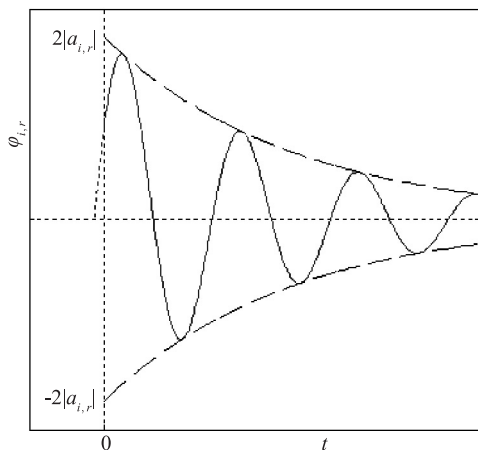


图 1 系统任意点有阻尼自由振动

2 计算结果分析与应用

式(15)的形式决定了有阻尼自由振动不同于无阻尼自由振动的运动特性,主要不同点如下:

(1) 柴油机轴系无阻尼自由振动的各阶振动频率和振型为实数,维数与质量点个数相同;柴油机轴系有阻尼自由振动的各阶振动频率和振型为复数,维数为 2 倍的质量点个数。

(2) 无阻尼自由振动轴系各质量点同时达到平衡位置或最大值位置,即各点振动相位差为 0° 或 180° ;有阻尼自由振动轴系各质量点相位差不同,且无一定规律,但所有的质量点振动频率相同,由式(6)中 β_r 决定。

(3) 无阻尼自由振动振型和节点位置是固定的;有阻尼自由振动振型和节点位置不固定,呈现周期性变化。

(4) 无阻尼自由振动是稳态振动;有阻尼自由振动是按指数形式衰减的振动,且各点的衰减率相同,衰减率由式(6)中 α_r 决定。

根据指数函数的性质有:

$$|\varphi_{i,r}| \leq 2|a_{i,r}| \quad (16)$$

从安全性角度及简化计算方面考虑,将 $2|a_{i,r}|$ 作为系统有阻尼自由振动的幅值,用于考核轴系振动。

相连接两点之间的相位差为:

$$\text{angle}(\varphi_{i+1,r}) - \text{angle}(\varphi_{i,r}) = \gamma_{i+1,r} - \gamma_{i,r} \quad (17)$$

在不改变相连两点相位差的情况下,可以用式(9)中的 $\gamma_{i,r}$ 表示第 i 质量点第 r 谐次的相位角。

因此,有阻尼自由振动的固有频率由 α_r 表示,振型由 $|a_{i,r}|$ 和 $\gamma_{i,r}$ 两组数据来表示。

相连两点的扭矩、应力由下式计算得出:

$$M_{i,r} = |\varphi_{i+1,r} - \varphi_{i,r}| k_{i+1,r} \quad (18)$$

$$\tau_{i,r} = \frac{M_{i,r}}{W_{i,r}} \quad (19)$$

式中: $M_{i,r}$ 为第 $i, i+1$ 质量点间轴段振动扭矩; $W_{i,r}$ 为第 $i, i+1$ 质量点间轴段抗扭截面模量; $\tau_{i,r}$ 为第 $i, i+1$ 质量点间轴段扭振应力。

3 试验验证

3.1 验证轴系基本情况介绍

某推进轴系试验台由 16PC2-6 型柴油机、高弹和挠性杆联轴器、减速齿轮箱、长轴连接件及测功器组成,轴系质量弹性系统简图见图 2。柴油机 MCR 转速 $520 (\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$, MCR 功率 $8\,800 \text{ kW}$, 最低稳定转速 $150 (\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$ 。表 1 给出了有阻尼自由振动计算中使用的阻尼参数。

表 1 有阻尼自由振动计算中使用的阻尼参数

扭振减振器阻尼系数/ $((\text{N} \cdot \text{m}) \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1})$	13 000
柴油机单缸阻尼系数/ $((\text{N} \cdot \text{m}) \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1})$	9 000
高弹性联轴器损失因子	1.13
测功机损失因子	5.5

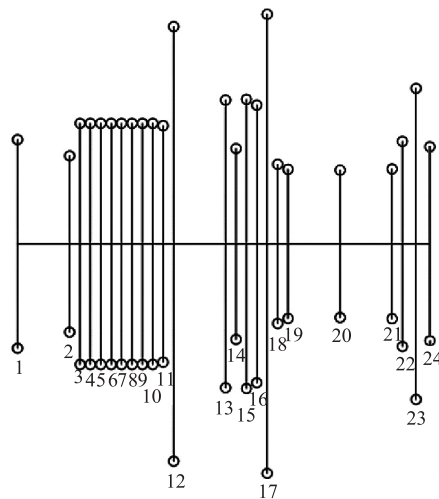


图 2 单机推进工况质量弹性系统简图

3.2 轴系扭振计算结果

分别对该柴油机推进试验台架进行扭转有阻尼、无阻尼自由振动计算及受迫振动计算,结果见表 2。

3.3 轴系扭振测量

(1) 测点布置: 柴油机自由端。

(2) 测量系统: 自由端齿轮盘、转速传感器、TV1 扭振仪、采集卡、计算机。

(3) 分析系统: FFT 分析仪、计算机、激光打印机。

(4) 测量工况: 正常发火状态下,测试工况的柴油机转速为 250、270、290、310、330、350、

370、380、390、405、430、450、475、490 和 520 ($\text{r}\cdot\text{min}^{-1}$)，待转速工况稳定后采集数据。

表 2 单机轴系固有频率汇总

振型	无阻尼/ (min^{-1})	有阻尼/ (min^{-1})
F1	386.868	281.491
F2	684.932	680.099
F3	1 473.176	1 124.828
F4	2 497.507	2 197.760
F5	5 505.514	5 505.959
F6	5 662.969	5 547.748
F7	6 129.256	5 867.385
F8	6 982.467	6 985.758

(5) 测量结果：柴油机主要谐次为 5.5、6.5 次，均出现明显的共振峰，测试数据见表 3。

3.4 计算与测试结果对比

根据测量结果，找出共振转速并推算出轴系扭转振动固有频率，见表 4 所示。5.5、6.5 次共振转速对应的都是第 4 阶固有频率。自由振动计算无阻尼自由振动固有频率与测试频率相对误差为 14.09%，而有阻尼自由振动固有频率与测试频率相对误差为 2.37%~2.38%。

表 4 扭振测量与计算频率对比

振型	谐次	共振转速/ $(\text{r}\cdot\text{min}^{-1})$	振动频率/ min^{-1}	有阻尼自由振动计算		无阻尼自由振动计算	
				固有频率/ min^{-1}	误差	固有频率/ min^{-1}	误差
F4	5.5	390.1	2 145.6	2 197.8	2.38%	2 497.5	14.09%
F4	6.5	330.3	2 145.7	2 197.8	2.37%	2 497.5	14.09%

表 5 自由端振幅扭振测量与计算幅值对比表

工况	轴段位置	谐次	测量值		计算值		相对误差
			振幅/ $\pm\text{mrad}$	转速/ $(\text{r}\cdot\text{min}^{-1})$	振幅/ $\pm\text{mrad}$	转速/ $(\text{r}\cdot\text{min}^{-1})$	
推进	1-2	5.5	0.583	390.1	0.610	389	4.63%
		6.5	0.528	330.3	0.503	328	4.73%

4 结 论

本文提出了一种有阻尼柴油机轴系扭转自由振动计算方法，将柴油机轴系中大阻尼部件的阻尼参数纳入轴系扭转振动自由振动计算的考量范围，计算结果表明：该方法使轴系自由振动计算得到的固有频率更加接近实际情况。根据质量点振动位移公式总结出有阻尼自由振动不同于无阻尼自由振动的运动特性，探讨了有阻尼自由振动振型的表示方法，给出了与柴油机轴系扭转振动测量标准相适应的轴段振动扭矩和应力推算公式。

将该方法应用到某 PC2-6 柴油机试验台架扭振计算，计算结果与实测结果吻合较好，验证了采用

另外，为验证计算机模型，对该轴系进行了受迫振动计算，得到柴油机自由端扭振振幅计算值与测量值对比见表 5。共振转速处自由端振幅相对误差为 4.63%~4.73%，可见计算模型较为合理。

表 3 单机推进工况扭振振幅表

转速/ $(\text{r}\cdot\text{min}^{-1})$	振幅/ $\pm\text{mrad}$	
	or. 5.5	or. 6.5
250.0	0.324	0.354
270.1	0.380	0.398
290.0	0.364	0.488
310.2	0.378	0.884
330.3	0.468	1.056
350.0	0.664	0.564
370.1	0.932	0.534
380.2	1.052	0.526
390.1	1.166	0.432
405.4	1.086	0.384
430.2	1.088	0.262
450.2	0.796	0.254
475.0	0.544	0.188
489.8	0.494	0.204
519.6	0.368	0.152
519.6	0.404	0.144

有阻尼自由振动计算结果更加接近轴系实际情况的结论。

参考文献

- [1] 傅志方, 华宏星. 模态分析理论与应用[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2000.
- [2] 赵玫, 周海亭. 机械振动与噪声学[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [3] GB/T 15371-2008, 曲轴轴系扭转振动的测量与评定方法[S].
- [4] CB/Z 214-85, 舰艇柴油机轴系扭转振动计算[S].
- [5] 张志华. 动力装置振动数值计算[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2007.