

减振与降噪

# 高弹性联轴器静动态特性参数计算方法研究

吴鹏<sup>1</sup>, 马天帅<sup>2</sup>

(1. 七一一研究所军事代表室, 上海 201108; 2. 海军装备采购中心, 北京 100071)

**摘要:** 采用 ABAQUS 软件进行了高弹性联轴器静动态参数有限元计算方法研究。橡胶材料超弹性特性选用 Mooney-Rivlin 模型, 粘弹性特性选用 Prony 模型, 计算得到的高弹性联轴器在不同负载下的静动态特性参数和试验结果基本符合, 表明该计算方法可用于高弹性联轴器产品设计参考。

**关键词:** 高弹性联轴器; 静动态特性; 橡胶材料; 有限元法

**中图分类号:** TH133.4    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1001-4357(2012)02-0034-05

## Research on Calculation Method of Static and Dynamic Characteristic Parameters of Highly Flexible Coupling

Wu Peng<sup>1</sup>, Ma Tianshuai<sup>2</sup>(1. Naval Deputy Office of Shanghai Marine Diesel Engine Research Institute, Shanghai 201108  
2. Purchasing Center, Naval Equipment Department, Beijing 100071)

**Abstract:** ABAQUS software was applied for the calculation method studying of the static and dynamic characteristic parameters of the highly flexible coupling, the Mooney-Rivlin model was used to simulate the ultra-flexible properties of rubber material and the Prony model was used for its viscoelastic properties. The static and dynamic parameters gained through calculation under different loads coincide well with the experimental results, which verifies that this method could offer references for the design of highly flexible coupling.

**Keywords:** highly flexible coupling; static and dynamic characteristic parameters; rubber material; Finite Element Method

## 0 引言

高弹性联轴器是动力系统传动装置中具有位移补偿和振动隔离功能的重要设备, 通常由橡胶与金属件通过硫化或装配而成。由于橡胶材料具有粘弹性阻尼特性, 消耗振动能量, 因此, 在对其进行静动态特性计算时, 不仅要考虑橡胶的超弹性, 还要考虑材料的粘弹性耗能特性。材料的粘弹性性能与温度、应变率都有很大的关系, 随着应变率的提高, 一般物质的应力幅值都会有不同程度的增加, 聚合物的应变率敏感性通常比金属材料更为明显。

本文以 LH4910 型高弹性联轴器橡胶弹性组合件为主要研究对象, 开展高弹性联轴器静动态特性参数计算方法研究。橡胶材料最大的特征是具有较大的非线性特性, 因此计算软件必须具有较强的非线性处理能力。本文采用 ABAQUS 有限元软件进行高弹性联轴器静动态参数的计算; 橡胶材料超弹性特性选用 Mooney-Rivlin 模型; 粘弹性特性选用 Prony 模型。计算得到高弹性联轴器在不同负载下的静动态特性参数, 试验验证表明, 参数均在允许误差范围内, 表明该计算方法可满足工程需要。

收稿日期: 2011-03-24

作者简介: 吴鹏(1984-), 男, 助理工程师, 主要研究方向为动力系统传动装置, E-mail: wlj0929@163.com。

## 1 基本理论

### 1.1 橡胶材料应变能基本表达式

对于橡胶材料,其应变能密度  $W$  可以写成 Cauchy-Green 应变张量基本不变量 ( $I_1, I_2, I_3$ ) 的函数。

$$W = W(I_1, I_2, I_3) \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \text{tr}(\mathbf{C}) = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \frac{1}{2} [(\text{tr}(\mathbf{C}))^2 - \text{tr}(\mathbf{C}^2)] = \\ & \left\{ \begin{aligned} &(\lambda_1\lambda_2)^2 + (\lambda_2\lambda_3)^2 + (\lambda_1\lambda_3)^2 \\ &I_3 = \det(\mathbf{C}) = \lambda_1^2\lambda_2^2\lambda_3^2 \end{aligned} \right. \end{aligned} \quad (2)$$

式中,  $\lambda_1, \lambda_2$  和  $\lambda_3$  表示主伸长率,  $\mathbf{C}$  为左 Cauchy 应变张量。二阶张量的基本不变量及其导数明确描述了弹性和弹-塑性本构关系,因此,对于各向同性材料可以得到

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} = 2 \left( \frac{\partial W}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial W}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial \mathbf{C}} + \frac{\partial W}{\partial I_3} \frac{\partial I_3}{\partial \mathbf{C}} \right) = 2 \left( \frac{\partial W}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \mathbf{I} - 2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \mathbf{C} + 2 I_3 \frac{\partial W}{\partial I_3} \mathbf{C}^{-1} \quad (3)$$

式(3)为一般形式,式中  $\mathbf{S}$  为应力,通过适当转换可以获得对于不同应力度量的表达式。类似左 Cauchy 应变张量,定义右 Cauchy 应变张量为  $\mathbf{B} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T$ ,  $\mathbf{F}$  为变形梯度,得到 Cauchy 应力张量  $\boldsymbol{\sigma}$  的表达式为

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{2}{\sqrt{I_3}} \left[ \left( I_2 \frac{\partial W}{\partial I_2} + I_3 \frac{\partial W}{\partial I_3} \right) \mathbf{I} - I_3 \frac{\partial W}{\partial I_2} \mathbf{B}^{-1} + \frac{\partial W}{\partial I_1} \mathbf{B} \right] \quad (4)$$

由于橡胶材料的变形过程是各向同性且不可压缩,所以  $I_3 = 1$ , 应变能函数可以认为是 ( $I_1, I_2$ ) 的函数, Cauchy 应力张量  $\boldsymbol{\sigma}$  的表达式转变为

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + 2 \left( \frac{\partial W}{\partial I_1} \mathbf{B} - \frac{\partial W}{\partial I_2} \mathbf{B}^{-1} \right) \quad (5)$$

式中,  $p$  为橡胶不可压缩引入的静压。

### 1.2 高弹性联轴器应变能函数

对于高弹性联轴器的橡胶材料,其应变能可以分解为热力学平衡状态能(弹性能)和热力学非平衡状态能(粘性能),其应变能函数  $W$  和 Cauchy 应力  $\boldsymbol{\sigma}$  分别可以表示成

$$W = W_{\text{Hyper}} + W_{\text{Visco}} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_{\text{Hyper}} + \boldsymbol{\sigma}_{\text{Visco}} \quad (7)$$

式中,  $W_{\text{Hyper}}$  表示超弹性应变能函数,  $W_{\text{Visco}}$  表示粘性能函数;  $\boldsymbol{\sigma}_{\text{Hyper}}$  表示超弹性变形部分的应力,  $\boldsymbol{\sigma}_{\text{Visco}}$  为粘性变形部分的应力。

Mooney 通过大量的试验研究,在 1940 提出了

橡胶弹性体超弹性应变能函数的多项式模型<sup>[2]</sup>

$$W_{\text{Hyper}} = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (8)$$

式中,  $C_{10}$  和  $C_{01}$  为材料常数。式(8)描述的模型简单,参数容易确定,是目前工程设计中广泛采用的 Mooney-Rivlin 模型。由硬度值通过下面公式可以得到橡胶材料的弹性模量

$$E = \frac{15.75 + 2.15H_A}{100 - H_A} \quad (9)$$

式中,  $E$  为弹性模量,  $H_A$  为邵氏硬度。橡胶材料可以看成不可压缩,则可以根据下面的公式得到 Mooney-Rivlin 橡胶材料模型的两个常系数

$$E = 6(C_{10} + C_{01}) \quad (10)$$

$$C_{01} = 0.25C_{10} \quad (11)$$

高弹性联轴器橡胶材料的粘弹性应变能采用 Prony 模型。在频域范围内(适用于动刚度计算), Prony 模型橡胶材料粘弹性应变  $\gamma(t)$  和应力  $\tau(t)$  可表示成

$$\gamma(t) = \gamma_0 \exp(i\omega t) \quad (12)$$

$$\tau(t) = (G_s(\omega) + iG_e(\omega))\gamma(t) = (G_s(\omega) + iG_e(\omega))\gamma_0 \exp(i\omega t) \quad (13)$$

$$G_s(\omega) = G_0 \left[ 1 - \sum_{i=1}^N g_i^p \right] + G_0 \sum_{i=1}^N \frac{g_i^p T_i^2 \omega^2}{1 + T_i^2 \omega^2} \quad (14)$$

$$G_e(\omega) = G_0 \sum_{i=1}^N \frac{g_i^p T_i \omega}{1 + T_i^2 \omega^2} \quad (15)$$

式中,  $G_s(\omega)$  表示剪切能储存模量,  $G_e(\omega)$  为剪切能损耗模量,  $\omega$  为圆频率,  $N$  为 Prony 模型系数。

以上模型可以采用试验数据进行拟合。

## 2 计算分析研究

### 2.1 仿真建模

采用 UG 建立 LH4910 型高弹性联轴器的三维模型,如图 1 所示,其主要由金属连接件(铁件)、金属膜片(金属板弹簧)和橡胶弹性组合件(橡胶件)组成。橡胶硫化在金属件上形成橡胶弹性组合件,金属膜片、金属连接件和相邻设备的联接法兰通过螺栓联结。金属膜片通过薄板弯曲弹性变形起到位移补偿作用。橡胶件是高弹性联轴器中最主要的位移补偿和振动冲击隔离部件。

将 UG 建立的 LH4910 高弹性联轴器三维模型导入 ABAQUS 中,并作模型简化。因高弹性联轴器橡胶弹性组合件为环形对称结构,为便于计算,有限元模型采用 1/2 模型,在模型的对称面上施加对称边界条件,即 Z 向约束,如图 1 所示。整个模型均采用三维体单元。金属件部分材料特性:密度为 7 800 ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ),弹性模量为  $2.1 \times 10^{11}$  Pa,泊松

比为 0.3。橡胶材料超弹性特性采用 Mooney-Rivlin 模型，粘弹性特性采用 Prony 模型。由于橡胶的弹性模量只有金属的几万分之一，受力后极易产生大变形，因此，橡胶件的模型必须准确，网格划分也必须精细，LH4910 的橡胶弹性组合件有限元单元网格长度均小于 0.2 mm。考虑到 LH4910 高弹性联轴器橡胶弹性组合件为轴对称结构，橡胶件需要足够多的网格，因此，LH4910 高弹性联轴器橡胶弹性组合件的有限元模型采用半对称模型。金属件有限元网格约为 10 mm。

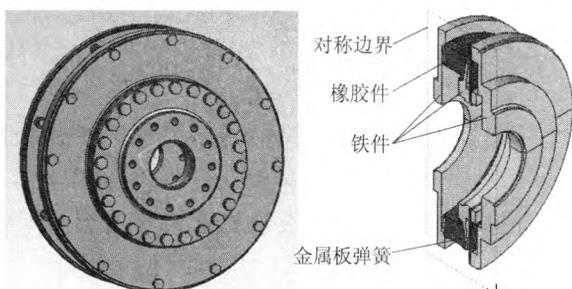


图 1 LH4910 高弹性联轴器的 UG 三维模型及对称边界

## 2.2 静刚度计算

### (1) 轴向静变形及应力计算

模型一端约束，一端施加轴向载荷，施加边界条件及载荷的模型如图 2 所示。计算得到不同载荷下的静变形如图 3 所示。

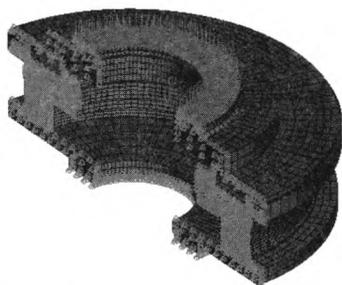


图 2 施加边界条件和轴向载荷的有限元计算模型

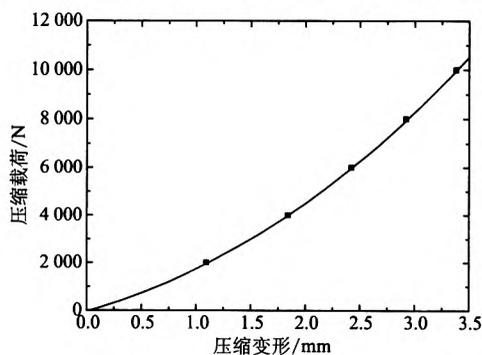


图 3 不同轴向载荷下联轴器的变形

可见 LH4910 高弹性联轴器轴向呈较大的非线性特性，随着载荷变大，静刚度变硬，最大变

形为 3.78 mm。图 4、图 5 分别给出了 10 kN 轴向载荷下高弹性联轴器的变形云图和应力分布。橡胶件最大应力为 0.23 MPa，小于其材料许用应力 3 MPa。

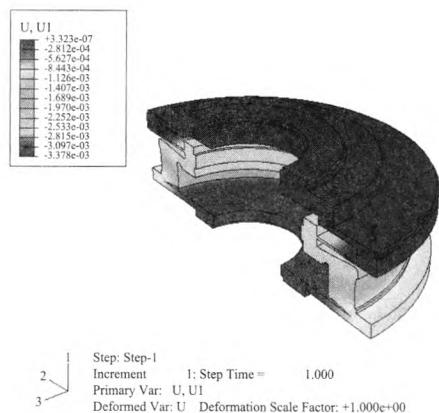


图 4 10 kN 轴向载荷下联轴器的变形

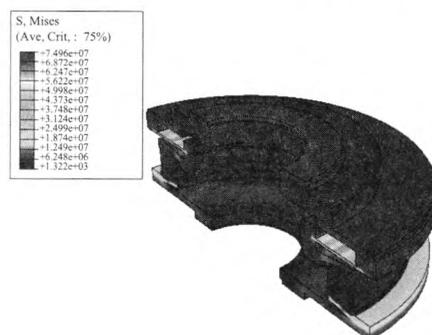


图 5 10 kN 轴向载荷下联轴器的应力分布

### (2) 径向静变形及应力计算

模型一端约束，一端施加径向载荷，施加边界条件及载荷的模型如图 6 所示。计算得到不同载荷下的静变形如图 7 所示，可见 LH4910 高弹性联轴器径向也呈较大的非线性特性，随着载荷变大，静刚度变硬，最大变形为 6.49 mm。图 8、9 分别给出了 10 kN 径向载荷下高弹性联轴器的变形云图和应力分布。橡胶件最大应力为 0.43 MPa，亦小于其材料许用剪切应力 1.96 MPa。

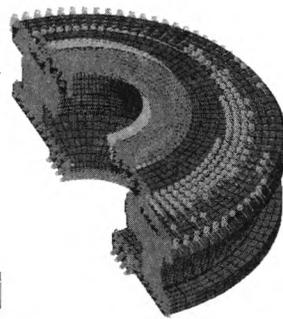


图 6 施加边界条件和径向载荷的有限元计算模型

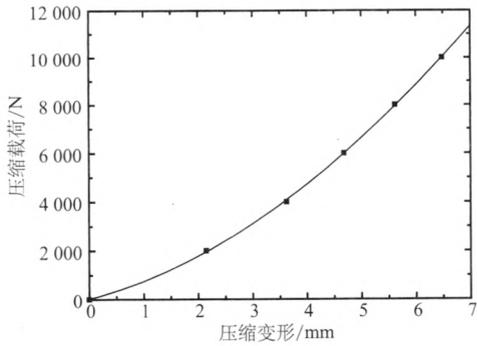


图 7 不同径向载荷下联轴器的变形

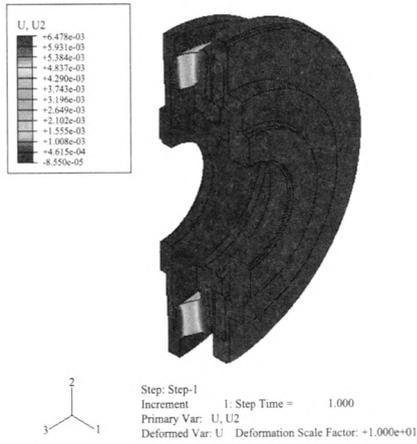


图 8 2 000 N 径向载荷下联轴器的变形

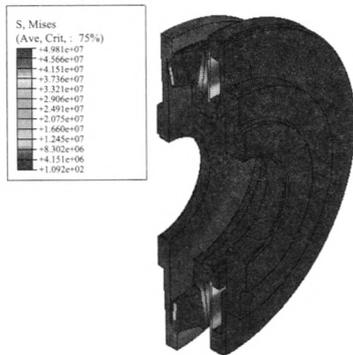


图 9 2 000 N 径向载荷下橡胶件的应力分布

(3) 静刚度

对以上结果进行计算分析，得到 LH4910 高弹性联轴器的静刚度值，如表 1 所示。

表 1 LH4910 高弹性联轴器静刚度值

| 载荷/N                         | 2 000 | 4 000 | 60 000 | 80 000 | 100 000 |
|------------------------------|-------|-------|--------|--------|---------|
| 轴向静刚度/(kN·mm <sup>-1</sup> ) | 1.83  | 2.13  | 2.47   | 2.74   | 2.96    |
| 径向静刚度/(kN·mm <sup>-1</sup> ) | 0.93  | 1.10  | 1.28   | 1.42   | 1.54    |

2.3 动刚度计算

采用 ABAQUS 模态计算模块，计算得到不同载荷下 LH4910 高弹性联轴器的轴向和径向固有频率及振型如图 10 ~ 13 所示，对结果经计算得到动刚度如表 2 所示。由图及表可见，高弹性联轴器的

动刚度受实际安装状态(载荷)影响较大，因此带高弹联轴器的轴系结构振动评估时必须考虑高弹安装时实际载荷。

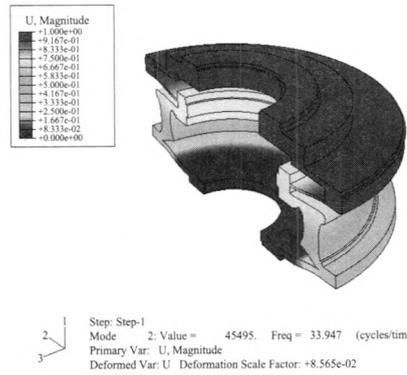


图 10 无载荷轴向固有频率

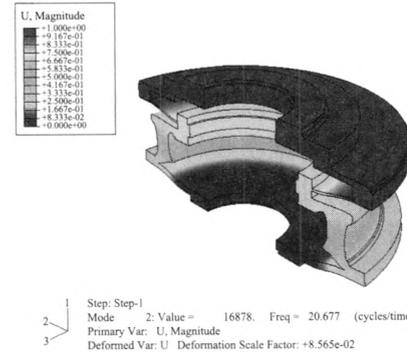


图 11 2 000 N 载荷下轴向固有频率

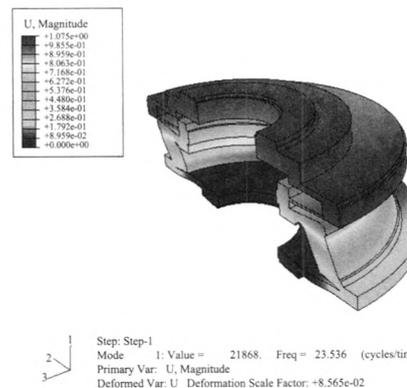


图 12 无载荷径向固有频率

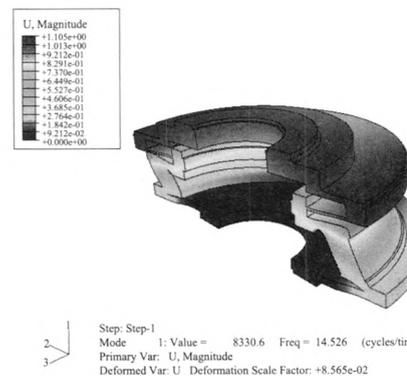


图 13 2 000 N 载荷下径向固有频率

表 2 H4910 高弹联轴器动刚度值

| 载荷/N                         | 0    | 2 000 | 4 000 | 60 000 | 80 000 | 100 000 |
|------------------------------|------|-------|-------|--------|--------|---------|
| 轴向动刚度/(kN·mm <sup>-1</sup> ) | 3.86 | 4.80  | 5.00  | 5.09   | 5.14   | 5.17    |
| 径向动刚度/(kN·mm <sup>-1</sup> ) | 1.86 | 2.37  | 2.49  | 2.54   | 2.57   | 2.59    |

### 3 试验验证

LH4910 型高弹性联轴器轴向 2 000 N 载荷状态下的静刚度、动刚度计算结果与试验结果对比如表 3 所示。

表 3 高弹性联轴器仿真计算与试验结果对比

|     | 2 000 N 载荷静刚度/(kN·mm <sup>-1</sup> ) | 动刚度/(kN·mm <sup>-1</sup> ) |
|-----|--------------------------------------|----------------------------|
| 计算值 | 1.83                                 | 4.80                       |
| 试验值 | 1.97                                 | 4.49                       |
| 误差  | 7.1%                                 | 6.9%                       |

计算值与试验结果的对比表明：采用 ABAQUS 有限元软件仿真计算得到的高弹性联轴器静态特性参数与试验结果基本相符，可以满足工程应用。因此该计算方法对高弹性联轴器产品设计具有较好的指导意义。

### 4 结 论

以典型高弹性联轴器为研究对象，进行了高弹性联轴器静态特性参数计算技术研究，得到如下结论：

(1) 采用有限元法可以较方便地得到高弹性联轴器的静态特性参数，计算结果得到了试验验证，橡胶弹性元件特性参数的有限元计算方法具有较高准确性。

(2) 提出的橡胶本构模型及计算方法也适用于高弹性联轴器冲击特性计算。

#### 参考文献

- [1] Gent A. N. Engineering with rubber: How to design rubber components[M]. New York: Hans Publishers, 1992.
- [2] Mooney M. A theory of large elastic deformation[J]. J. Appl. Phys., 1940, 11: 582 - 592.

(上接第 33 页)

(2) 随着激振频率增加，动刚度值也随之增加，且增加的趋势不断变化。而预加载荷不变，在不同的激振位移下，位移越大，动刚度越小；位移越小，动刚度越大。另外，激振位移不变，预加载荷越大，动刚度也越大；预加载荷越小，动刚度也相应减小。而曲线的整体趋势并无变化，这也从数据上反映了式(2)中，位移、载荷以及动刚度三者之间的相互关系。

#### 参考文献

- [1] 刘祖斌,刘英杰. 发动机悬置设计中的动、静刚度参数研究[J]. 汽车技术,2008(6).
- [2] GB/T 15168-94. 振动与冲击隔离器性能测试方法[S].
- [3] 王基,朱石坚.V型橡胶隔振器静刚度研究[J]. 噪声与振动控制,2003(1).
- [4] 姜洪源,夏宇宏,敖宏瑞,等. 金属橡胶与弹簧组合型隔振器动静性能的分析[J]. 中国机械工程,2002(21).
- [5] 姜洪源,闫辉. 特种钢丝绳隔振器静态实验研究[J]. 东南大学学报,2006,22(4).